Soit f la fonction numérique de la variable réelle x telle que : $f(x) = \dfrac{3x^2 + 4x + 3}{x^2 + 1}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm.

1. Montrer que pour tout x réel, on a $f(x) = \alpha + \dfrac{\beta x}{x^2 + 1}$; α et β étant deux réels que l'on déterminera.
2. Etudier les variations de f. Préciser ses limites en l'infini et en donner une interprétation graphique. Dresser le tableau de variations de f.
3. Déterminer l'équation de la droite (T) tangente à la courbe (C) au point I d'abscisse 0. Etudier la position de (C) par rapport à (T).
4. Démontrer que I est centre de symétrie de (C).
5. Construire la courbe (C) et la tangente (T) .

Exercice n°4

On considère dans le plan rapporté à un repère orthonormé $R=(O;\vec{i},\vec{j})$ le cercle Γ de centre O et de rayon 1. Soient les points de Γ : A (1 ; 0) et A'(–1 ; 0).

1. Par tout point H du segment $[AA']$, distinct de A et de A' on mène la perpendiculaire Δ à la droite (AA'). La droite Δ coupe le cercle Γ en M et M'. On pose $\overline{OH} = x$. Calculer l'aire du triangle AMM'.
2. Soit f la fonction définie sur [–1 ; 1] par $f(x) = (1 - x)\sqrt{1 - x^2}$ et (C) sa courbe représentative dans R (unités graphiques 4 cm).
   a. Etudier la dérivabilité de f en à droite en –1 et à gauche en 1. Interpréter les résultats obtenus
   b. Dresser le tableau de variations de f.
   c. Tracer (C).
3. Montrer que le triangle AMM' d'aire maximale est équilatéral.
4. a. Justifier que l'équation $f(x) = 1$ admet exactement deux solutions α et β ($\alpha < \beta$) et donner en le justifiant une valeur approchée de α à 10^{-3} près.
   b. Discuter graphiquement suivant les valeurs de m réel le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.
5. On considère la courbe (U) donnée par l'équation $y^2 - (1 - x)^2(1 - x^2) = 0$.
   Montrer que (U) est constituée de deux courbes (C) et (C') , (C') étant l'image de (C) par une transformation que l'on précisera.

Qarray.tn-Agra Bech- Qarray.tn
© Sigmaths © Sigmaths © Sigmaths © Sigmaths © Sigmaths